ΣΑΒΒΑΤΟ 14 ΜΑΙΟΥ 2011

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1) απόδειξη σελ. 31
Α2) ορισμός σελ. 14
Α3) ορισμός σελ. 13
Α4)
α) Λ
β) Λ
γ) Σ
δ) Λ
ε) Σ

ΘΕΜΑ Β

$f(x) = -x^3 - 3x + 4, \quad x \in \mathbb{R}$

Β1) $f'(x) = -3x^2 - 3 = -3\left(x^2+1\right) < 0 \Rightarrow f \downarrow$ στο $\mathbb{R}$

Β2)
$f'(x) = -3x^2 - 3$

$f''(x) = -6x$

$f''(x) = 0 \Rightarrow -6x = 0 \Rightarrow x = 0$

	$-\infty$	0	$+\infty$
$f''(x)$	$+$	0	$-$
$f'(x)$	↗		↘

Η f' παρουσιάζει στο $x_0 = 0$ ολικό μέγιστο με τιμή $f'\left(0\right) = -3$

Β3)
Έχουμε $y = \lambda x + \beta$
Έχουμε $\lambda = f'(1) = -3\cdot 1 - 3 = 6$ οπότε η εφαπτομένη γράφεται $y = -6x + \beta$ και το σημείο $A\left(1, f\left(1\right)\right) = \left(1, 0\right)$ ανήκει στην εφαπτομένη άρα:

$f\left(1\right) = -1 - 3\cdot 1 + 4 = 0$

$0 = -6\cdot 1 + \beta \Rightarrow \beta = 6$

δηλαδή $y=-6x+6$

B4) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)-4}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{-x^3-3x+\cancel{4}-\cancel{4}}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{\cancel{x}(-x^2-3)}{\cancel{x}}=-3$

ΘΕΜΑ Γ

$f(x)=x^2-\kappa x+5$

Γ1)

Έστω σημείο A(-1,12) που διέρχεται η C_f

Άρα

$f(-1)=12$

$(-1)^2-\kappa(-1)+5=12$

$1+\kappa+5=12 \Leftrightarrow \kappa=6$

$f(x)=x^2-6x+5$

Γ2)

Έστω σημεία $B(2,f(2))$ και $\Gamma(4,f(4))$

με

$f(2)=2^2-6\cdot 2+5=4-12+5=-3$

$f(4)=4^2-6\cdot 4+5=16-24+5=-3$

Άρα $B(2,-3)$ $\Gamma(4,-3)$

$y=\lambda x+\beta$

$$\left.\begin{array}{l}\text{Στο } B(2,-3) \text{ έχουμε } \lambda=f'(2)\\ f'(x)=2x-6\\ f'(2)=2\cdot 2-6=-2\end{array}\right\}\Rightarrow \lambda=-2$$

δηλ. $y=-2x+\beta$

$B\in$ εφαπτόμενη $\Rightarrow -3=-2\cdot 2+\beta \Rightarrow -3=-4+\beta \Rightarrow \beta=1$

$y=-2x+1$

$$\left.\begin{array}{l}\text{Στο } \Gamma(4,-3) \text{ έχουμε } \lambda=f'(4)\\ f'(4)=2\cdot 4-6=2\end{array}\right\}\Rightarrow \lambda=2$$

δηλ. $y=2x+\beta$

$\Gamma\in$ εφαπτόμενη $\begin{array}{l}\Rightarrow -3=2\cdot 4+\beta \Rightarrow \beta=-11\\ y=2x-11\end{array}$

Γ3)

$$\left.\begin{array}{l} y=-2x+1 \\ y=2x-11 \end{array}\right\} \Rightarrow -2x+1=2x-11 \Rightarrow 12=4x \Rightarrow x=3$$

οπότε $y=2\cdot 3-11$

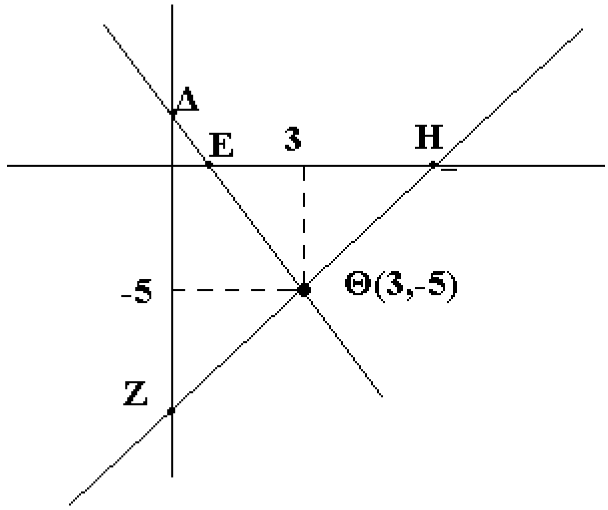
$y=6-11=-5$

Άρα $\Theta(3,-5)$

Γ4)

y=-2x+1
x=0 y=1 Δ(0,1)
y=0 x=1/2 E(1/2,0)

y=2x-11
x=0 y=-11 Z(0,-11)
y=0 x=11/2 H(11/2,0)



$$E=\frac{1}{2}\beta\cdot\upsilon=\frac{1}{2}(EH)(K\Theta)=\frac{1}{2}\cdot 5\cdot 5=\frac{25}{2}$$

$$(EH)=\frac{11}{2}-\frac{1}{2}=5 \quad , \; (K\Theta)=u=5$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Α(8,0) Β(10,16) Γ(12,20) Δ(14, y_Δ) Ε(16, y_E) Ζ(18,10) Η(20,0)

$\bar{x} = 14,2$

$\Delta E // x'x \Rightarrow y_\Delta = y_E$

$\bar{x} = \frac{1}{v}\sum_{i=1}^{5} x_i y_i = \sum_{i=1}^{5} x_i \frac{v_i}{v} = \sum_{i=1}^{5} x_i f_i \Leftrightarrow$

$14,2 = 10 \cdot 0,1 + 12 \cdot 0,2 + 14\frac{y_\Delta}{100} + 16\frac{y_\Delta}{100} + 18 \cdot 0,1$

$14,2 = 1 + 2,4 + 0,3y_\Delta + 1,8 \Leftrightarrow 14,2 - 5,2 = 0,3y_\Delta$

$9 = 0,3y_\Delta$

$y_\Delta = 30$

$y_E = 30$

<u>Β τρόπος</u>

Έχουμε

$\sum_{i=1} f_i = 100 \Rightarrow 10 + 20 + f_3 + f_4 + 10 = 100$

Όμως $y_\Delta = y_E \Rightarrow f_3 = f_4$

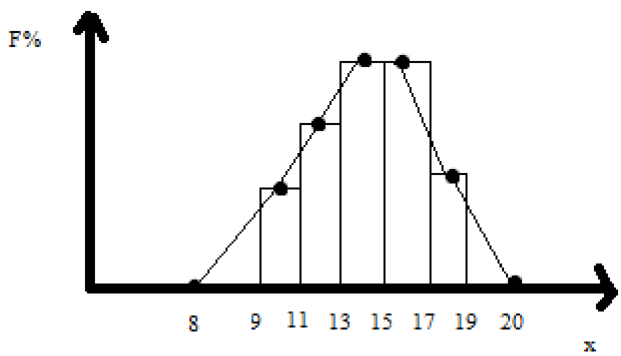
$2f_3 = 60 \Rightarrow f_3 = 30\%$

άρα $f_3 = f_4 = 30\%$

Δ2)

$x_B - x_A = c \Leftrightarrow c = 2$

1^η κλάση $[\alpha, \beta)$ όπου $\alpha \Rightarrow x_B - \frac{c}{2} = 10 - \frac{2}{2} = 9$



Δ3)

ΚΛΑΣΕΙΣ	xi	fi%
[9,11)	10	30
[11,13)	12	20
[13,15)	14	30
[15,17)	16	30
[17,19)	18	10
ΣΥΝΟΛΟ	-	100

Δ4)

Οι πωλητές που θα πάρουν την χορήγηση του επιπλέον εφάπαξ είναι: Για $x \geq 15$ έχουμε:

$f_4\% + f_5\% = 30\% + 10\% = 40\%$

Δ5)

$v = 80$

$$f_1 = \frac{v_1}{v} \Rightarrow 0,10 = \frac{v_1}{80} \Rightarrow v_1 = 8$$

$$f_2 = \frac{v_2}{v} \Rightarrow 0,20 = \frac{v_2}{80} \Rightarrow v_3 = 24$$

$$f_3 = \frac{v_3}{v} \Rightarrow 0,30 = \frac{v_3}{80} \Rightarrow v_3 = 24$$

$$f_4 = \frac{v_4}{v} \Rightarrow 0,30 = \frac{v_4}{80} \Rightarrow v_4 = 24$$

$$f_5 = \frac{v_5}{v} \Rightarrow 0,10 = \frac{v_5}{80} \Rightarrow v_5 = 8$$

Άρα, οι πωλητές που δικαιούνται το εφάπαξ ποσό είναι 24+8+=32